



Colle du 15/12 - Sujet 1
Equa diff d'ordre 2 et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Déterminer l'ensemble des intervalles de \mathbb{R} bornés, non vide et non réduit à un singleton.

Exercice 1. Résoudre sur \mathbb{R} , $(1+x^2)y'' + 2x(1+x^2)y' + 4y = 0$. On pourra poser $t = \arctan(x)$.

Exercice 2. Soit $m \in \mathbb{R}$. Résoudre dans \mathbb{R} , l'équation $x^2 - 2(m-2)x + m + 1 = 0$.



Colle du 15/12 - Sujet 2
Equa diff d'ordre 2 et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Montrer que toute partie non vide et minorée de \mathbb{Z} admet un minimum.

Exercice 1. Résoudre $-3y'' - 2y' + 4y = \cos(x)$

Exercice 2. Soit $m \in \mathbb{R}$. Suivant les valeurs de m , déterminer l'ensemble solution de l'équation suivante d'inconnue $x \in \mathbb{R}$,

$$\sqrt{x} + \sqrt{x+1} = m.$$



Colle du 15/12 - Sujet 3
Equa diff d'ordre 2 et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Démontrer que la résolution d'une équa diff d'ordre 2 revient à résoudre une équa diff d'ordre 1.

Exercice 1. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que

$$|x+3| - |x-1| = |2x+1|.$$

Exercice 2. On considère l'équation différentielle d'inconnue y suivante :

$$(E) \quad xy'' + 2y' + xy = 0.$$

1. Montrer que la fonction $y_0 :]0; \pi[\rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \frac{\sin(x)}{x}$ est une solution de (E) sur $]0; \pi[$.
2. Soit $z \in \mathcal{F}(]0; \pi[, \mathbb{R})$. On pose pour tout $x \in]0; \pi[, y(x) = z(x)y_0(x)$. Démontrer que y est une solution de (E) si et seulement si z' est solution d'une équation différentielle d'ordre 1 (F) que l'on déterminera.
3. En déduire les solutions de (E) sur $]0; \pi[$.



Colle du 15/12 - Sujet 4
Equa diff d'ordre 2 et calcul dans \mathbb{R}

Question de cours. Montrer que toute partie non vide et minorée de \mathbb{Z} admet un minimum.

Exercice 1. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\sqrt{6-x} + \sqrt{3-x} = \sqrt{x+5} + \sqrt{4-3x}$.

Exercice 2. Résoudre $y'' + 4y' + 4y = x e^{-2x}$